



## BAKGRUNDSANALYS FÖR UTVECKLINGSPLAN I MATEMATIK

### Matematikundervisning i Sverige

Skolämnet matematik och undervisningen i ämnet har sedan 2005 tillhört till nationellt prioriterade utvecklingsområden. Trots den nationella prioriteringen, visar både nationella och internationella jämförelser att svenska elevers matematikresultat har försämrats under de senaste 15 åren.

PISA är en OECD-studie som mäter 15-åringars kunskaper i läsförståelse, matematik och naturvetenskap. Enligt den senaste PISA studien som genomfördes 2009, presterade svenska elever på genomsnittlig nivå i matematik bland OECD-länderna; i den tidigare genomförda PISA 2003 har svenska elevers resultat befunnit sig över OECD-genomsnittet (Skolverket, 2010a).

Rapporten som redovisar resultaten för TIMSS Advanced 2008 understryker att även svenska gymnasieelevers kunskaper har blivit sämre (Skolverket, 2009). TIMSS är en internationell jämförande studie som undersöker elevers kunskaper i avancerad matematik och fysik i gymnasieskolans sista år; studien ger även detaljerad information om förändringar i elevers matematikkunskap över tid. Skolverkets (2009) rapport visar att svenska gymnasieelevers kunskaper har försämrats kraftigt sedan 1995. Jämfört med övriga tio länder som ingår i undersökningen ligger svenska elevers resultat i matematikämnet tydligt under genomsnittet.

En djupare analys av resultaten från TIMSS 2008 identifierar några orsaker till att majoriteten av svenska gymnasieelever inte uppnår målen i C-, D- eller E-kursen (Skolverket, 2010b). Bland de viktigaste orsakerna till de försämrade resultaten nämns dels att eleverna har med sig sämre matematikkunskaper från grundskolan och dels att matematikundervisningen är alldeles för inriktad på procedurkunskaper, med konsekvensen att elever brister i begreppsförståelse. Analysen visar att eleverna lär sig att göra beräkningar men de har ingen begreppslig förankring och lär sig inte att förstå sambanden mellan de olika matematiska områdena. Utan en begreppslig förankring får eleverna svårt att lösa matematiska problem, dvs. komplexa uppgifter i nya sammanhang. I sammanhanget bör det nämnas att flera studier har visat att goda prestationer i skolämnet matematik förutsätter både procedurkunskaper och begreppsförståelse; med den viktiga distinktionen att undervisning som fokuserar på begreppsförståelse leder till djupare kunskaper och därmed bättre resultat än procedurbaserad inläring (Krutetskii, 1976; Skemp, 1976).

Även nationella kunskapsmätningar visar att elevernas kunskaper i matematik har försämrats (Skolverket, 2011a). Måluppfyllelsen i skolämnet matematik har sjunkit sedan mitten av 1990-talet; t.ex. har andelen niondeklassare som blir underkända på det nationella provet i matematik ökat med 55 procent mellan 2006 och 2011. Att de nationella proven inte har blivit svårare avspeglas i faktumet att genomsnittresultaten på dessa prov inte har förändrats under den nämnda tidsperioden. Den enskilt viktigaste förklaringen till de försämrade resultaten är att undervisningen domineras av tyst räkning, dvs. eleverna jobbar på egen hand ur läroböckerna – den sortens undervisning medför att andelen lärarledd förståelsebaserad undervisningstid har minskat i den svenska skolan (Skolverket, 2003; 2004; 2007; 2011a).

## Matematikundervisning i Stockholms stad

Nästan en femtedel av landets elever bor i Stockholms stad och statistiska undersökningar visar att elevernas måluppfyllelse i stadens skolor utgör ett representativt tvärsnitt för nationella trender med avseende på elevers prestationer. Den rådande uppfattningen bland matematikdidaktiker från Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM), Stockholms universitet (SU), Kungliga Tekniska Högskolan (KTH) och utbildningsförvaltningen i Stockholms stad är att den nationella situationen i matematikundervisningen är representativ även för stadens skolor. Därför kan vi på goda grunder anta att undervisningen i stadens skolor följer den nationella trenden, dvs. matematikundervisningen är inriktad på procedurkunskaper och domineras av elevers enskilda arbete; en sådan undervisning leder till ytliga matematiska kunskaper och därmed sämre problemlösningsförmåga (Krutetskii, 1976; Skemp, 1976).

Antagandet bekräftas även av statistiska uppgifter som gör det gällande att eleverna i Stockholms stad uppvisar en liknande regression med avseende på matematikresultaten som elever i övriga landet. Under våren 2011 var andelen elever i årskurs 9 som inte klarade målen i nationella provet i matematik 16,9 procent; dessutom har andelen elever som inte når målen i nationella provet ökat konstant sedan 2005. Nedanstående lista innehåller statistik om andelen elever i Stockholms stad som inte klarade målen i det nationella provet i matematik:

- 2011: 16,9 procent
- 2010: 15,1 procent
- 2009: 10,6 procent
- 2008: 13,9 procent
- 2007: 11,8 procent
- 2006: 9 procent
- 2005: 8,4 procent.

Med den uttalade målsättningen att åtgärda problemen i matematikundervisningen inom stadens verksamhet och därmed förbättra elevers resultat i ämnet, har

utbildningsförvaltningen under det senaste decenniet genomfört ett stort antal utvecklingsinsatser. Matematikutvecklingsinsatserna har varit riktade dels mot grundskolan och dels mot gymnasieskolan; insatserna har i de flesta fallen definierats, planerats och genomförts i samarbete med NCM, SU, Lärarhögskolan i Stockholm (LHS) och Göteborgs universitet (GU).

Utvecklingsinsatserna som var riktade mot grundskolan har fokuserat på ett stort antal områden; bland dessa kan nämnas: införandet av en mer varierad undervisning, lanseringen av matematikverkstäder, att öka elevers intresse för ämnet, att utse kontaktpersoner i matematik på stadens skolor, att erbjuda kurser och seminarier inom ämnets didaktik för samtliga lärare inom staden, att utse s.k. Idéskolor i matematik, filmade matematiklektioner där både IKT och modellen för Lesson study användes, genrepedagogik inom matematiken, webbaserad undervisning med hjälp av portalen [www.webbmatte.se](http://www.webbmatte.se), matematikklubbar för elever, utveckling av diagnostiska verktyg och skolbesök av expertlärare för att diskutera ämnesdidaktiska frågor.

Insatserna för gymnasieskolan fokuserade på ett lägre antal områden och bland dessa bör lyftas: projekten Nollvision och Mavision – ledda av NCM – med syftet att förbättra matematikundervisningen genom att utbilda resurspersoner, alla lärare som undervisar matematik blev inbjudna till seminarier och föreläsningar med fokus på aktuell forskning inom ämnets didaktik, stöd och skolbesök av utvecklingslärare med fokus ämnesdidaktiska frågeställningar, stödinsatser och seminarier i samband med implementering av ämnesplanen från Gymnasieskola 2011 och ett internationellt utvecklingsprojekt i samarbete med lärare från Finland och Estland samt forskare från Åbo akademi.

De genomförda utvecklingsinsatserna har generellt varit mycket uppskattade av deltagarna. Ett av problemen i samband med insatserna är att de enskilda projekten har varit differentierade för antingen grundskola eller för gymnasieskola – därmed var det omöjligt att alla lärare i Stockholms stad ska kunna delta i ett enskilt projekt, oavsett hur framgångsrikt projektet var. Det stora antalet insatser har även medfört att utvecklingsprojekten till övervägande del har varit relativt kortsiktiga och därmed inte kunnat leda till långtgående positiva effekter för undervisningen. En analys av insatserna visar att de flesta ovan nämnda utvecklingsprojekt inte har utvärderats på ett godtagbart sätt. Följaktligen är det omöjligt att avgöra om respektive insatser har levererat förväntade resultat.

Ett annat problem är att – inom staden – har det saknats en gemensam strategi för matematikinsatserna, med den viktiga konsekvensen att det inte fanns någon gemensam nämnare i det stora antalet insatser. Följaktligen har det inte varit möjligt för stadens lärare och rektorer att uppleva att utbildningsförvaltningen förordar arbetssätt som är grundade i forskning och beprövad erfarenhet – bristen på en sådan forskningsförankrad och gemensam strategi har skapat en situation där

till och med skolor inom ett och samma närområde arbetar efter skilda och motsägelsefulla matematikdidaktiska modeller.

Ovanstående sammanfattning gör det gällande att utbildningsförvaltningen i nuläget saknar en nyanserad bild om vilka utvecklingsinsatser har gett goda resultat, vilka av insatserna som har implementerats i skolornas verksamhet efter att projekttiden har tagit slut och framförallt på vilket sätt insatserna har påverkat elevers resultat i ämnet.

En annan aktuell fråga handlar om vilka effekter de nya ämnesplanerna kan tänkas ha på elevers måluppfyllelse (Skolverket, 2011b; Skolverket, 2011c). När det gäller grundskolan, så är uppfattningen bland matematikdidaktiker att läroplanen (Lgr 11) kommer – efter en övergångsperiod på några år – att påtagligt bidra till att elevers måluppfyllelse i ämnet ökar.

Men matematikdidaktiker på NCM, SU och utbildningsförvaltningen är oroad över de tänkbara effekterna som gymnasieskolans ämnesplaner (Lgy 2011) kan ha på elevers måluppfyllelse i de inledande kurserna. Det centrala innehållet i kurserna Matematik 1b och Matematik 1c har utökats med motsvarande 25-30 procent jämfört med innehållet i kursen Matematik A och kunskapskraven för motsvarande betyg är högre än i tidigare kursplaner (Lpf 94) – samtidigt finns det flera elevkullar som studerar enligt grundskolans föregående läroplan (Lpo 94). Följaktligen är det troligt att det utökade ämnesinnehållet och de skärpta kunskapskraven kommer att leda till att gymnasieelevers måluppfyllelse i de inledande matematikkurserna sjunker under några år framöver. Situationen är naturligtvis olycklig, men dess premisser ligger utanför utbildningsförvaltningens operativa område.

Sammanfattningsvis kan man konstatera att trots många ambitiösa satsningar och nära samarbete med högskolors ämnesdidaktiska institutioner samt viktiga aktörer inom området, så saknas det fortfarande en forskningsförankrad, enhetlig och framgångsrik strategi för stadens matematikutvecklingsinsatser.

## Forskning om matematikundervisning

Analyser av professionell lärarutveckling visar att för att utvecklingsinsatserna ska vara framgångsrika, så ska de uppfylla ett antal kriterier med avseende på tid och kvalitet. De viktigaste framgångskriterierna för insatser som riktar sig mot matematiklärares professionella utveckling är att de:

- är långsiktiga,
- har tydlig fokus på lärares undervisningspraktik,
- innehåller en aspekt av systematisk reflektion över den egna undervisningen och att de
- erbjuder stöd till lärare för att de ska kunna fördjupa sig i och implementera en förbättrad undervisningspraktik (Brodie & Shalem, 2011).

Analysen av orsakerna till svenska elevers försämrade prestationer i ämnet konstaterar att eleverna har stora brister i begreppsförståelse och problemlösning samt att de arbetar alldeles för mycket på egen hand under lektionerna. Med början av höstterminen 2011 har nya nationella läroplaner introducerats i både grund- och gymnasieskolan. I de nya ämnesplanerna för matematik är problemlösning och begreppsförståelse centrala komponenter bland de matematiska förmågorna som eleverna ska utveckla genom undervisningen i ämnet (Skolverket, 2011b; Skolverket, 2011c). Den samlade uppfattningen bland landets matematikdidaktiker är att även i Stockholms stad brister matematikundervisningen när det gäller att leverera kunskaper i problemlösning och begreppsförståelse.

Den naturliga frågan blir därmed om det finns forskningsförankrade och genomförbara utvecklingsinsatser som leder till en undervisningsform som förbättrar elevernas begreppsförståelse samt problemlösning förmåga och som samtidigt reducerar tiden då eleverna i stadens skolor jobbar på egen hand. En implementering av den sortens undervisningsmodell bör leda till att eleverna förbättrar sina resultat i skolämnet matematik.

Longitudinella studier visar att det existerar framgångsrika, beprövade utvecklingsmodeller för matematiklärare som leder till att elever får en bättre begreppsförståelse, blir bättre på problemlösning och förbättrar sina resultat i ämnet. (Stigler & Hiebert, 1999; Lewis, Perry & Hurd, 2009; Perry & Lewis, 2009). Dessa modeller framhäver vikten av det långsiktiga kollegiala lärandet och behovet av lärares goda ämneskunskaper samt understryker att det måste finnas en organisation på skolorna som ger utrymme och kan implementera lärarnas kontinuerliga utvecklingsarbete (Stigler & Hiebert, 1999; Paulsen, 2012). En annan framgångsfaktor som nämns i sammanhanget är närvaron av handledare som stödjer lärarna i utvecklingsarbetet (Borko, 2004; Morrow-Leong, Seshaiyer & Suh, 2012). Dessutom visar analys kognitiva studier att i en undervisningspraktik som påverkas av betydande inslag från IKT-området blir lärarens roll ännu viktigare. I en sådan praktik blir lärarens ämnes- och didaktiska kunskaper avgörande för elevers lärande – dels i valet av det digitala materialet som innehåller de mönster som eleverna ska upptäcka i undervisningen och dels för att validera mönstret som eleverna har upptäckt; för att aktiviteten ska leda till lärande (Gärdenfors, 2010).

## Referenslitteratur

- Borko, H. (2004). *Professional Development and Teacher Learning: Mapping the Terrain*. I: *Educational Researcher*. 33 (8), (s. 3-15).
- Brodie, K., & Shalem, Y. (2011). *Accountability conversations: mathematics teachers' learning through challenge and solidarity*. *Journal of Mathematics Teachers Education*. 14 (6), (s. 419-439).
- Gärdenfors, P. (2010). *Lusten att förstå: om lärande på människans villkor*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. The University of Chicago Press.
- Lewis, C., Perry, R. & Hurd, J. (2009). *Improving mathematics instruction through lesson study: a theoretical model and North American case*. I: *Journal of Teacher Education*. 12 (4), (s. 285-304).
- Skemp, R. R. (1976). *Relational understanding and instrumental understanding*. *Mathematics Teaching*, 77, (s. 20-26).
- Morrow-Leong, K., Seshaiyer, P. & Suh, J. (2012). *The role of mathematics specialists in building strategic competence in teachers through the lesson study cycle*. TSG 25. 12th International Congress on Mathematical Education. Seoul, Korea.
- Paulsen, R. (2012). *Professional development of primary school mathematics teachers through Lesson study*. TSG 25. 12th International Congress on Mathematical Education. Seoul, Korea.
- Perry, R. & Lewis, C. (2009). *What is successful adaptation of lesson study in the USA*. I: *Journal of Educational Change*. 10 (4), (s. 365-391).
- Skolverket. (2003). *Lusten att lära – med fokus på matematik*. Rapport nr. 221. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2004). *TIMMS 2003. Svenska elevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i skolår 8 i ett nationellt och internationellt perspektiv*. Rapport nr. 255. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2007). *PISA 2006 – 15-åringars förmåga att förstå, tolka och reflektera – naturvetenskap, matematik och läsförståelse*. Rapport nr. 306. Stockholm: Skolverket.





- Skolverket. (2009). *TIMSS Advanced 2008 – Svenska gymnasieelevers kunskaper i avancerad matematik och fysik i ett internationellt perspektiv*. Rapport nr. 336. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2010a). *Rustad att möta framtiden? PISA 2009 om 15-åringars läsförståelse och kunskaper i matematik och naturvetenskap*. Rapport nr. 352. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2010b). *Svenska elevers kunskaper i TIMSS Advanced 2008 och 1995 – En djupanalys av hur eleverna i gymnasieskolan förstår centrala begrepp inom matematiken*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2011a). *Resultat från ämnesproven i årskurs 9 vårterminen 2011*. Enheten för utbildningsstatistik. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2011b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2011c). *Statens skolverks författningssamling: Förordning om läroplan för gymnasieskolan*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2011d). *Laborativ matematik, konkretiserande undervisning och matematikverkstäder – En utvärdering av Matematiksatsningen*. Rapport nr.366. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2011e). *Lesson study och learning study samt IKT i matematikundervisningen – En utvärdering av Matematiksatsningen*. Rapport nr.367. Stockholm: Skolverket.
- Stigler, J.W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.