

Matematik genom problemlösning

FoU 2015–2017 Södra Ängby skola

Pär Asplund, Daniel Granström, Åsa Höök,
Tord Oldfeldt Malmberg, Marianne Pertoft, Sara Rumbutis

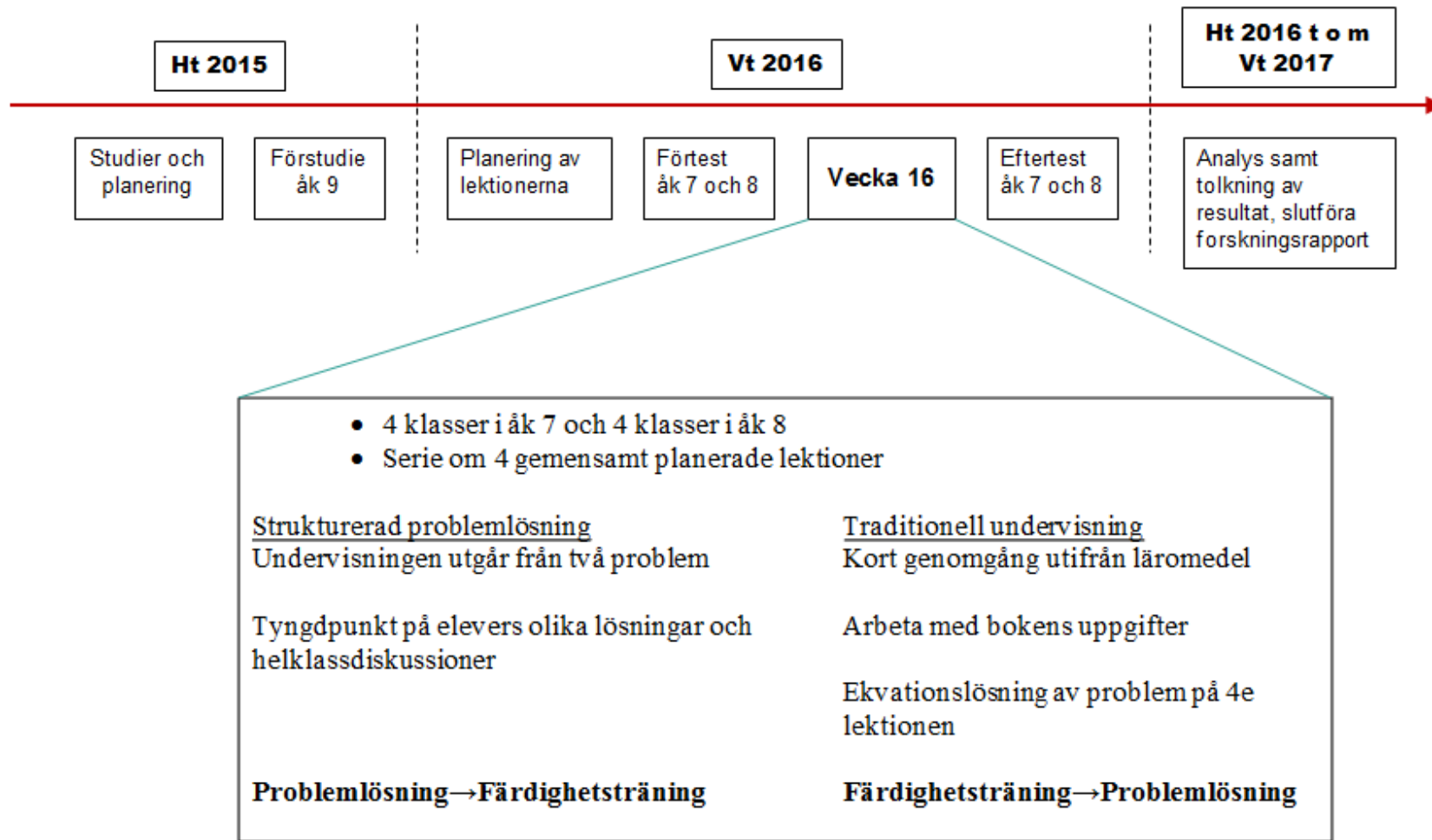
Syfte

Vi vill skapa ökad förståelse för hur strukturerad problemlösning enligt japansk modell skulle kunna utveckla undervisningen i algebra och leda till att elever i större utsträckning använder sig av ekvationslösning vid problemlösning.

Vår forskningsfråga

Hur skiljer sig elevers benägenhet att använda ekvationslösning vid problemlösning mellan elever som får möta algebra genom strukturerad problemlösning mot de som lär sig genom procedurräkning?

FoU



Traditionell undervisning

Problemlösning med hjälp av ekvationer

Exempel

En rektangel har omkretsen 110 cm. Längden är 15 cm längre än bredden. Hur långa är rektangelns sidor?

① Börja med att rita en figur.

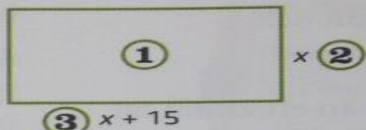
② Kalla bredden för x .

③ Skriv ett uttryck för längden.

④ Skriv ett uttryck för rektangelns omkrets.

⑤ Skriv en ekvation och lös den.

⑥ Skriv svar.



④ Omkretsen: $x + x + 15 + x + x + 15 = 4x + 30$

⑤ $4x + 30 = 110$
 $4x = 80$
 $x = 20$

Längden: $x + 15 = 20 + 15 = 35$ cm

⑥ Svar: Sidorna är 20 cm och 35 cm.

- ▶ Eleverna övar genom att göra uppgift 42–49 ur boken sid 113–114.
- ▶ De ska följa stegen 1–6 enligt genomgången som står kvar på tavlan. Hänvisa till stegen om en elev får problem då den ska göra uppgifterna ur boken.

I en familj finns det fyra barn, tillsammans är de 64 år.

Carla är 8 år äldre än Alex.

Daniella är 5 år äldre än Carla.

Alex är 3 år yngre än Bego.



Hur gamla är var och en av barnen?

Aldst: Daniella $5 + 8 = 13$ år äldre än Alex

Carla: 8 år äldre än Alex

Bego: 3 år äldre än Alex

Yngst: Alex

Janne
Förtest

Test:

Alex: 10 ⁰ år	10
Bego: 13 ⁰ år	13
Carla: 18 ⁰ år	18
Daniella: 23	+ 23
	<hr/>
	64

Svar: Alex är 10⁰ år

Bego är 13⁰ år

Carla är 18⁰ år

Daniella är 23⁰ år

Spelresultatet

Fyra barn spelar ett kortspel som går ut på att vinna så många kort som möjligt ur kortleken. När spelet är slut jämför de hur många kort de har:

Kortleken har 52 kort.

Carl har 7 kort fler än Ari.

David har 3 kort fler än Carl.

Ari har 3 kort färre än Beata.

Hur många kort har var och en vid spelets slut? Vem vann?



Janne
Eftertest

Beata är x

$$x-3+x-3+7+x-3+7-3=52$$

$$3x-12+14=52$$

$$3x-12+12+14=52+12$$

$$3x+14=64$$

$$3x+14-14=64-14$$

$$3x=50$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{50}{3}$$

Beata är x

$$x+x-3+7+x-3+7-3=52$$

$$4x-12+14=52$$

$$4x-12+12+14=52+12$$

$$4x+14=64$$

$$4x+14-14=64-14$$

$$4x=50$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{50}{4}$$

$$x = 12.5$$

Beata är x

$$x+x-3+x+7+x+7$$

$$4x-3+14=52$$

$$4x-3+3+14=52+3$$

$$4x+14=55$$

$$4x+14-14=55-14$$

$$4x=44$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{44}{4}$$

$$x=11$$

Svar: Beata: 11 kort

Ari: 11-3=8 kort

Carl: 8+3=11 kort

David: 11+3=14 kort

David vann

Glömde
← ta med Beata

1. Vilken/vilka strategier valde du?

Ställa upp en ekvation

Janne
Enkät

2. Varför valde du att lösa problemen på det sätt du gjorde?

Det kändes lättast eftersom
vi precis hade jobbat med det



De två problemen

Familjen

- ▶ I en familj finns det fyra barn. Tillsammans är barnen 53 år.
- ▶ Camille är 8 år äldre än David.
- ▶ David är dubbelt så gammal som Alvin.
- ▶ Alvin är tre år yngre än Beata.



Hur gamla är var och en av barnen?

Potatissäckar

- ▶ Under två på varandra följande dagar kom det samma vikt med potatis till ett skolkök.
- ▶ På den första dagen kom det 7 stora säckar och 2 mindre säckar som vägde 10kg vardera.
- ▶ På den andra dagen kom det 3 stora säckar och 7 mindre säckar som vägde 10kg vardera.



Om vikten av de stora säckarna var lika, vad vägde då en stor säck?

Ulrika
1:a lektion



- Sammanlagt 53 år

- Camille är äldst och Alvin är yngst

Antar att Beata = 10 år

$$\text{Alvin} = 10 - 3 = 7$$

$$\text{David} = 7 \cdot 2 = 14$$

$$\text{Camille} = 14 + 8 = 22$$

$$10 + 7 + 14 + 22 = 53$$

Spelresultatet

Fyra barn spelar ett kortspel som går ut på att vinna så många kort som möjligt ur kortleken. När spelet är slut jämför de hur många kort de har:

Kortleken har 52 kort.

Carl har 7 kort fler än Ari.

David har 3 kort fler än Carl.

Ari har 3 kort färre än Beata.

Hur många kort har var och en vid spelets slut? Vem vann?



Ulrika
Eftertest

$$\text{Beata} = X = 6$$

$$\text{Ari} = X - 3 = 6 - 3 = 3$$

$$\text{Carl} = (X - 3) + 7 = (6 - 3) + 7 = 10$$

$$\text{David} = (X - 3 + 7) + 3 = (6 - 3 + 7) + 3 = 13$$

$$6 + 3 + 10 + 13 = 32$$

Antar att $X = 6$

$$\text{Beata} = X = 10$$

$$\text{Ari} = X - 3 = 10 - 3 = 7$$

$$\text{Carl} = (X - 3) + 7 = (10 - 3) + 7 = 14$$

$$\text{David} = (X - 3 + 7) + 3 = (10 - 3 + 7) + 3 = 17$$

$$10 + 7 + 14 + 17 = 48$$

Antar att $X = 10$

$$\text{Beata} = X = 11$$

$$\text{Ari} = X - 3 = 11 - 3 = 8$$

$$\text{Carl} = (X - 3) + 7 = (11 - 3) + 7 = 15$$

$$\text{David} = (X - 3 + 7) + 3 = (11 - 3 + 7) + 3 = 18$$

$$11 + 8 + 15 + 18 = 52$$

Antar att $X = 11$

Svar: Beata = 11 kort, Ari = 8 kort, Carl = 15 kort = David = 18 kort
David vann.



1. Vilken/vilka strategier valde du?

Gissa och pröva, resonera logiskt \pm med hjälp av ekvation uttryck.

2. Varför valde du att lösa problemen på det sätt du gjorde?

Jag tycker det är lättast \pm lösningen blir mer systematisk. Man ser vilka fel man kan göra i de felaktiga lösningarna.

3. Om du inte valde att ställa upp en ekvation, varför gjorde du inte det?

Jag skrev uttryck men jag löste de aldrig med en ekvation. Jag blir lite förvirrad av ekvationer ibland. Man vet inte vem/vad man ska börja med.

4. Övriga tankar

Problemlösning har blivit enklare efter förra veckan.



Familjen

v. 16
19/4-2016

4 barn = 53 år
Camille 8 år äldre än David
David dubbelt så gammal som Alvin
Alvin 3 år yngre än Beata

tex

Camille = 22 år
David = 14 år
Alvin = 7 år
Beata = 10 år

$$22 - 8 = 14 \text{ år}$$
$$\frac{14}{2} = 7 \text{ år}$$
$$7 + 3 = 10 \text{ år}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 22 \\ 14 \\ + 10 \\ 7 \\ \hline 53 \text{ år} \end{array}$$

Vi gissade tills vi kom fram med det
rätta svaret jag skrev också det jag hade
fått reda på

Inger
1:a lektion

Spelresultatet

Fyra barn spelar ett kortspel som går ut på att vinna så många kort som möjligt ur kortleken. När spelet är slut jämför de hur många kort de har:

Kortleken har 52 kort.

Carl har 7 kort fler än Ari.

David har 3 kort fler än Carl.

Ari har 3 kort färre än Beata.

Hur många kort har var och en vid spelets slut? Vem vann?



Inger
Eftertest

4 barn

52 kort

Carl 7 fler än Ari

David 3 fler än Carl

Ari 3 mindre än Beata

~~Carl: $x - 3 + 7$ Nej!~~

~~David: $x - 3 + 7 + 3$ Fel~~

~~Ari: $x - 3$~~

~~Beata: x~~

~~$(x) + (x - 3) + (x - 3 + 7 + 3) + (x - 3 + 7) =$~~

~~$4x + 17 = 52 \text{ kort}$~~

Carl: $7x$

David: $10x$

Ari: x

Beata: $3x$

$x + 3x + 10x + 7x = 52$

$21x = 52 \text{ kort}$

$\frac{21x}{21} = \frac{52}{21} =$

$x = \text{ca } 2 \text{ kort}$

C: $2 \cdot 7 = 14 \text{ kort}$

D: $2 \cdot 10 = 20 \text{ kort}$

A: 2 kort

B: $2 \cdot 3 = 6 \text{ kort}$

SVAR: ~~En~~ David vann med
20 kort



Inger Enkät

2. Varför valde du att lösa problemen på det sätt du gjorde?

Under veckan hade vi lärt oss att ~~använda~~ ställa upp en ekvation och tyckte att det verkade lite enklare och spara tid. Jag var dock inte helt säker på om jag kom i häygårur man skulle ställa upp en ekvation.



Ali
Enkät

2. Varför valde du att lösa problemen på det sätt du gjorde?

Gissa och pröva är en sån som jag kan som t.ex
när det är flera personer som familjen vi
gjorde en ekvation är enken och smart.
Men smart kan jag göra ekvation på alla tal.



Resultat år 7

▶ Klass	Före	Efter
7 a	1 / 27	4 / 27
7 b	1 / 26	19 / 25
7 c	1 / 28	15 / 28
7 d	2 / 31	25 / 29

Nivåer på elevlösningar:

- ▶ – Inget försök
- ▶ 0 Gissar/prövar, klarar ej.
- ▶ 1. Gissar och prövar, löser problemet.
- ▶ 2. Försök till uttryck, flera variabler igång.
- ▶ 3. Tecknar uttryck korrekt.
- ▶ 4. Tecknar uttryck korrekt men löser problemet med prövning.
- ▶ 5. Ställer upp ekvation korrekt.
- ▶ 6. Löser ekvationen och problemet korrekt.

Matematik genom problemlösning

FoU 2015–2017 Södra Ängby skola

Pär Asplund, Daniel Granström, Åsa Höök,
Tord Oldfeldt Malmberg, Marianne Pertoft, Sara Rumbutis