Stockholms stad

Matematik genom problemlösning

FoU 2015-2017 Södra Ängby skola

Daniel Granström, Åsa Höök,
Marianne Pertoft, Sara Rumbutis, Pär Asplund, Tord Malmberg

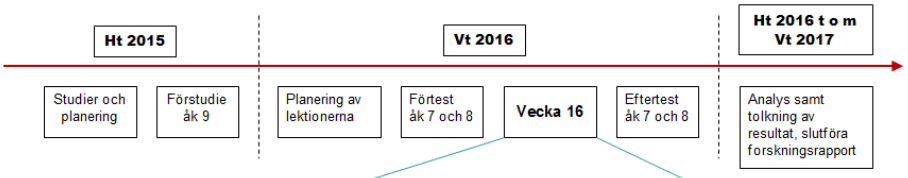
Vår forskningsfråga

Hur skiljer sig elevers benägenhet att använda ekvationslösning vid problemlösning mellan elever som får möta algebra genom strukturerad problemlösning mot de som lär sig genom procedurräkning?

Stockholms stad

FoU

Komparativ studie

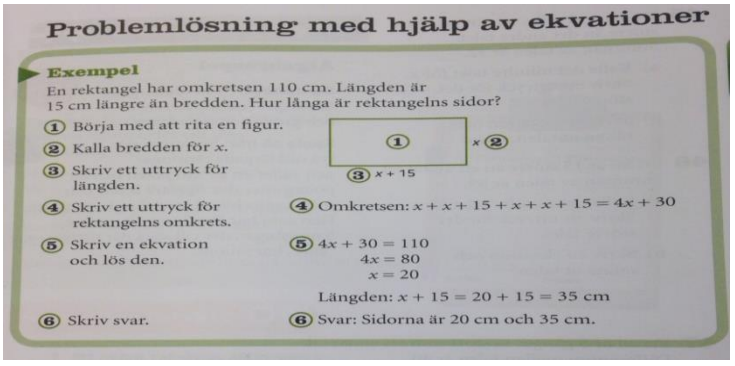


- 4 klasser i åk 7 och 4 klasser i åk 8
- Serie om 4 gemensamt planerade lektioner

Strukturerad problemlösning	Traditionell undervisning
Undervisningen utgår från två problem	Kort genomgång utifrån läromedel
Tyngdpunkt på elevers olika lösningar och helklassdiskussioner	Arbeta med bokens uppgifter
	Ekvationslösning av problem på 4e lektionen
Problemlösning→Färdighetsträning	**Färdighetsträning→Problemlösning**

Stockholms stad

Traditionell undervisning



Problemlösning med hjälp av ekvationer

Exempel

En rektangel har omkretsen 110 cm. Längden är 15 cm längre än bredden. Hur långa är rektangelns sidor?

1. Börja med att rita en figur.
2. Kalla bredden för x.
3. Skriv ett uttryck för längden.
4. Skriv ett uttryck för rektangelns omkrets.
5. Skriv en ekvation och lös den.
6. Skriv svar.

① $\times$ ②

③ $x + 15$

④ Omkretsen: $x + x + 15 + x + x + 15 = 4x + 30$

⑤ $4x + 30 = 110$
$4x = 80$
$x = 20$

Längden: $x + 15 = 20 + 15 = 35$ cm

⑥ Svar: Sidorna är 20 cm och 35 cm.

- **Eleverna övar** genom att göra uppgift 42- 49 ur boken sid 113-114.
- De ska följa stegen 1-6 enligt genomgången som står kvar på tavlan. Hänvisa till stegen om en elev får problem då den ska göra uppgifterna ur boken.

Stockholms stad

De två problemen

Familjen

- I en familj finns det fyra barn. Tillsammans är barnen 53 år.
- Camille är 8 år äldre än David.
- David är dubbelt så gammal som Alvin.
- Alvin är tre år yngre än Beata.

- Hur gamla är var och en av barnen?

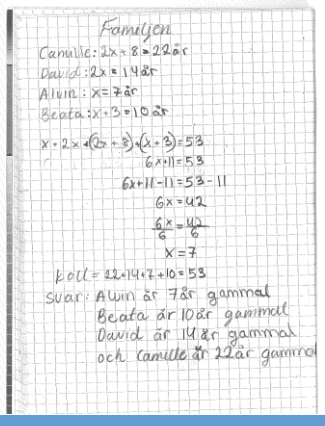
Potatissäckar

- Under två på varandra följande dagar kom det samma vikt med potatis till ett skolkök.
- På den första dagen kom det 7 stora säckar och 2 mindre säckar som vägde 10kg vardera.
- På den andra dagen kom det 3 stora säckar och 7 mindre säckar som vägde 10kg vardera.

- Om vikten av de stora säckarna var lika, vad vägde då en stor säck?

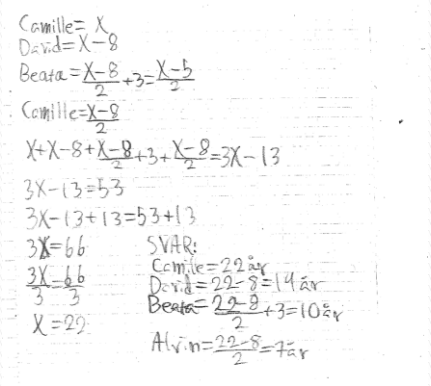
Stockholms stad

Familjen



Familjen
Camille: 2x + 8 = 22 år
David: 2x = 14 år
Alvin: x = 7 år
Beata: x + 3 = 10 år
x + 2x + (2x + 3) + (x + 3) = 53
6x + 11 = 53
6x + 11 − 11 = 53 − 11
6x = 42
6x/6 = 42/6
x = 7
Koll = 22 + 14 + 7 + 10 = 53
Svar: Alvin är 7 år gammal
Beata är 10 år gammal
David är 14 år gammal
och Camille är 22 år gamma

Antar Alvins ålder till X

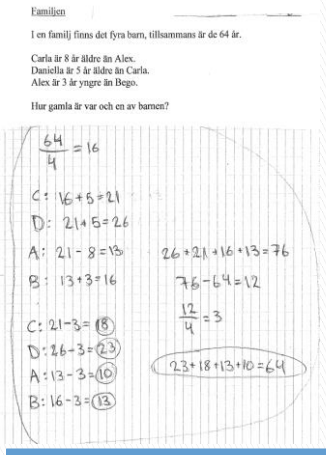


Camille = X
David = X − 8
Beata = (X − 8)/2 + 3 = (X − 6)/2
Camille = (X − 8)/2
X + X − 8 + (X − 8)/2 + 3 + (X − 8)/2 = 3X − 13
3X − 13 = 53
3X − 13 + 13 = 53 + 13
3X = 66
3X/3 = 66/3
X = 22
SVAR:
Camille = 22 år
David = 22 − 8 = 14 år
Beata = (22 − 8)/2 + 3 = 10 år
Alvin = (22 − 8)/2 = 7 år

Antar Camilles ålder till X

Stockholms stad

Från prövning till ekvation


Familjen

I en familj finns det fyra barn, tillsammans är de 64 år.

Carla är 8 år äldre än Alex.
Daniella är 5 år äldre än Carla.
Alex är 3 år yngre än Bego.

Hur gamla är var och en av barnen?

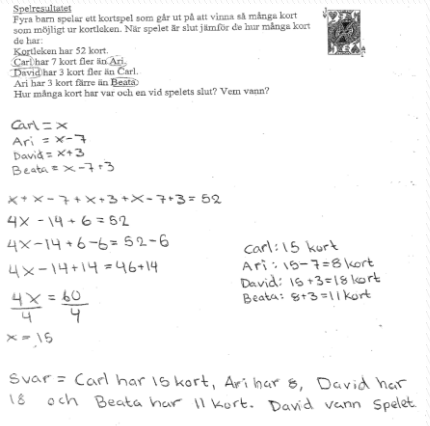
$\frac{64}{4} = 16$

C: 16+5=21
D: 21+5=26
A: 21-8=13
B: 13+3=16

C: 21-3=18
D: 26-3=23
A: 13-3=10
B: 16-3=13

26+21+16+13=76
76-64=12
$\frac{12}{4}=3$
23+18+13+10=64

Ebbas förtest


Spelresultatet
Fyra barn spelar ett kortspel som går ut på att vinna så många kort som möjligt ur kortleken. När spelet är slut jämför de hur många kort de har:
Kortleken har 52 kort.
Carl har 7 kort fler än Ari.
David har 3 kort fler än Carl.
Ari har 3 kort färre än Beata.
Hur många kort har var och en vid spelets slut? Vem vann?

Carl = x
Ari = x-7
David = x+3
Beata = x-7+3

x+x-7+x+3+x-7+3=52
4x-14+6=52
4x-14+6-6=52-6
4x-14+14=46+14
$\frac{4x}{4}=\frac{60}{4}$
x=15

Carl: 15 kort
Ari: 15-7=8 kort
David: 15+3=18 kort
Beata: 8+3=11 kort

Svar = Carl har 15 kort, Ari har 8, David har 18 och Beata har 11 kort. David vann spelet.

Ebbas eftertest

Stockholms stad

Nivåer på elevlösningar:

- – Inget försök
- 0 Gissar/prövar, klarar ej.
- 1. Gissar och prövar, löser problemet.
- 2. Försök till uttryck, flera variabler igång.
- 3. Tecknar uttryck korrekt.
- 4. Tecknar uttryck korrekt men löser problemet med prövning.
- 5. Ställer upp ekvation korrekt.
- 6. Löser ekvationen och problemet korrekt.

Stockholms stad

Resultat

Strukturerad problemlösning	Traditionell Undervisning
34 av 88	30 av 77

Ingen skillnad i resultat hos våra 165 elever när vi analyserar eftertester med avseende hur många som är benägna att ställa upp en ekvation för att lösa problemet.

Nivåer på elevlösningar:

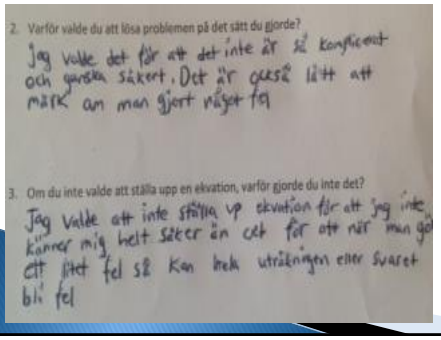
- – Inget försök
- 0 Gissar/prövar, klarar ej.
- 1. Gissar och prövar, löser problemet.
- 2. Försök till uttryck, flera variabler igång.
- 3. Tecknar uttryck korrekt.
- 4. Tecknar uttryck korrekt men löser problemet med prövning.
- 5. Ställer upp ekvation korrekt.
- 6. Löser ekvationen och problemet korrekt.

Stockholms stad

Resultat

Strukturerad problemlösning	Traditionell undervisning
Före 10/51	Före 22/40
Efter 45/51	Efter 33/40

Elever som har matematikbetyg C–A verkar gynnas av strukturerad problemlösning jämfört med traditionell undervisning.


2. Varför valde du att lösa problemen på det sätt du gjorde?
Jag valde det för att det inte är så komplicerat och ganska säkert. Det är också lätt att märk om man gjort något fel

3. Om du inte valde att ställa upp en ekvation, varför gjorde du inte det?
Jag valde att inte ställa up ekvation för att jag inte känner mig helt säker än ett för att när man gö ett litet fel så kan hela uträkningen eller svaret bli fel

Nivåer på elevlösningar:

- – Inget försök
- 0 Gissar/prövar, klarar ej.
- 1. Gissar och prövar, löser problemet.
- 2. Försök till uttryck, flera variabler igång.
- 3. Tecknar uttryck korrekt.
- 4. Tecknar uttryck korrekt men löser problemet med prövning.
- 5. Ställer upp ekvation korrekt.
- 6. Löser ekvationen och problemet korrekt.

Resultat

Strategi	Strukturerad problemlösn		Traditionell undervisning	
	Före	Efter	Före	Efter
Prövar	41	**6**	29	**22**
Ekvation	17	46	18	42

Strukturerad problemlösning 6/52 fortsätter pröva.
Traditionell undervisning 22/64 fortsätter pröva.
Fler elever löste problemet i förtestet jämför med eftertestet.

Nivåer på elevlösningar:

- – Inget försök
- 0 Gissar/prövar, klarar ej.
- 1. Gissar och prövar, löser problemet.
- 2. Försök till uttryck, flera variabler igång.
- 3. Tecknar uttryck korrekt.
- 4. Tecknar uttryck korrekt men löser problemet med prövning.
- 5. Ställer upp ekvation korrekt.
- 6. Löser ekvationen och problemet korrekt.

Stockholms stad

Stockholms stad

Matematik genom problemlösning

FoU 2015–2017 Södra Ängby skola

Daniel Granström, Åsa Höök,
Marianne Pertoft, Sara Rumbutis, Pär Asplund, Tord Malmberg