

Svenska elevers matematikkunskaper

TIMSS

En jämförande djupanalys av elevers
matematikkunskaper i Sverige, Hong
Kong och Taiwan

TIMSS 2007/2003

M01_09

$$\frac{2}{5} + \frac{5}{4} + \frac{9}{8} =$$

(A) $\frac{16}{17}$ 55 %

(B) $\frac{41}{40}$

(C) $\frac{81}{40}$

(D) $\frac{111}{40}$ Sv 21 % HK 85 % Tw 87 %

M022066

TIMSS 2007/2003

M02_03

Sätt antingen + eller - i rutorna för att det här uttrycket ska bli så stort som möjligt.

$$-5 \square -6 \square 3 \square -9$$

M042018

Tabell 6.2 Kategorier som representerar elevernas olika lösningsstrategier, årskurs 8, n = 255

Kategorier	Frekvens	Relativ* frekvens (%)	Typiska svar
- 5 -- 6 + 3 -- 9, korrekt	95	37,3	- + -
- 5 -- 6 - 3 -- 9	7	2,7	- - -
- 5 -- 6 - 3 + - 9	4	1,6	- - +
- 5 -- 6 + 3 + - 9	20	7,8	- + +
- 5 + - 6 - 3 + - 9	38	14,9	+ - +
- 5 + - 6 - 3 -- 9	3	1,2	+ - -
- 5 + - 6 + 3 -- 9	21	8,2	+ + -
- 5 + - 6 + 3 + - 9	34	13,3	+ + +
Andra typer av inkorrekta beräkningar	10	3,9	
Ingen beräkning utförd	23	9,0	
Totalt	255	100,0	

* Ej viktade frekvenser

TIMSS2007/2003

M01_02

En trädgårdsmästare blandar 4,45 kg rajgräsfrö med 2,735 kg klöverfrö för att så en gräsmatta. Hur många kilogram fröblandning har han därefter?

Svar: _____

Sv 67 % HK 85 % Tw 91 %

M022046

Algebra i TIMSS 2007/2003

- Om $b = -1$ så är $-b = +1$
- Förenkla uttrycket $4x - x + 7y - 2y$

9 icke symbolisk representation

$$9xy$$

$$4 + 5y$$

$$3x + 5y$$

Andelsbegreppet

M03_09

Biljetterna till en konsert kostar antingen 10 zed, 15 zed eller 30 zed.

Av de 900 sålda biljetterna kostade $\frac{1}{5}$ av biljetterna 30 zed styck och $\frac{2}{3}$ kostade 15 zed styck.

Hur stor ANDEL av biljetterna såldes för 10 zed styck?

Svar: _____

M032307

Andelsbegreppet

Tabell 6.4 Kategorier som representerar elevernas olika lösningsstrategier, TIMSS 2007, årskurs 8, n = 263

Kategorier	Frekvens	Relativ* frekvens (%)	Typiska svar
Korrekt, via andelar	47	17,9	2/15, 13,3...%
Korrekt via antal	6	2,3	2/15
Korrekt enkodat med andelar men inkorrekt beräkning	13	4,9	-
Korrekt enkodat med antal men inkorrekt beräkning	8	3,0	-
Inkorrekt, andelar	67	25,5	1/5
Inkorrekt, antal	78	29,7	120 biljetter
Ingen beräkning utförd	44	16,7	
Totalt	263	100,0	

* Ej viktade frekvenser

Relation mellan andel och förhållande

M02_04

Det finns 30 elever i en klass. Förhållandet mellan antalet pojkar och flickor i klassen är 2 till 3. Hur många pojkar finns det i klassen?

- Ⓐ 6
- Ⓑ 12
- Ⓒ 18
- Ⓓ 20

Sv 40 % (B) Hk 70 % Tw 83 %

M042055

Relation mellan andel och förhållande

M03_05

Det finns 36 passagerare i en buss. Förhållandet mellan antalet barn och antalet vuxna är 5:4. Hur många barn finns i bussen?

Svar: _____

Sv 13 % HK 62 % Tw 74 %

M022106

Relation mellan andel och förhållande

Tabell 6.6 Kategorier som representerar de svenska elevernas olika begreppsliga lösningsstrategier, årskurs 8 i TIMSS 2007, n = 263

Kategorier	Frekvens	Relativ* frekvens (%)	Typiska svar
Transformation av motsvarighet till andel Antal barn, korrekt	42	16,0	20
Transformation av motsvarighet till andel Antal vuxna	20	7,6	16
Ingen transformation 1/4 tas av 36	18	6,8	9
Ingen transformation 3/4 tas av 36	4	1,5	27
Ingen transformation 1/5 tas av 36	13	4,9	7
Ingen transformation 4/5 tas av 36	15	5,7	28/29/30
Ingen transformation 5/4 tas av 36	2	0,8	45
Andra typer av inkorrekta beräkningar	65	24,7	-
Ingen beräkning utförd	84	31,9	-
Totalt	263	100,0	

* Ej viktade frekvenser

Hastighetsproblem

M03_12

En buss körs med konstant fart, så att den tillryggalagda sträckan är direkt proportionell mot restiden. Om bussen hinner 120 km på 5 timmar, hur många kilometer hinner den då på 8 timmar?

- (A) 168
- (B) 192
- (C) 200
- (D) 245

M032704

Sv 73 % HK 88 % Tw 90 %

Multiplikativ förändring

M03_10

Doris gör en stor bröddeg som är en och en halv gånger originalreceptet.

Om det står $\frac{3}{4}$ deciliter socker i originalreceptet, hur många deciliter socker behöver Doris till sin deg?


- (A) $\frac{3}{8}$
- (B) $1\frac{1}{8}$
- (C) $1\frac{1}{4}$
- (D) $1\frac{3}{8}$

Sv 30 % HK 69 % Tw 71 %

M032523

Geometri, multiplikativ förändring

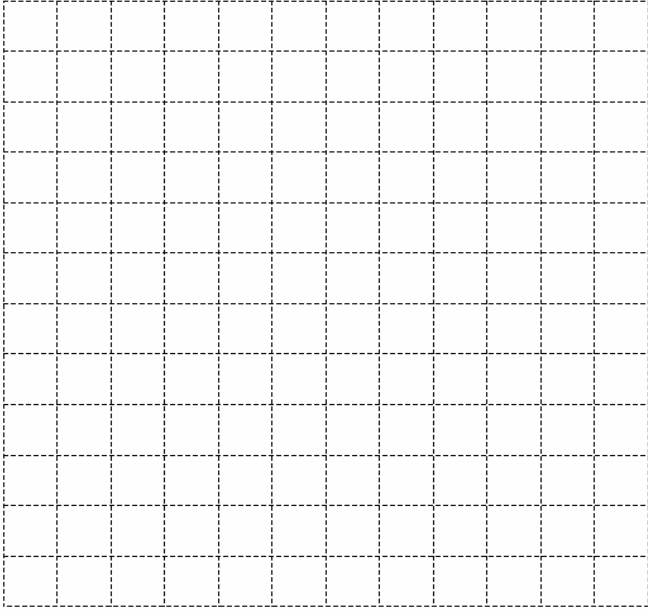
M01_



Längd
8 cm

Bredd
2 cm

A. I rutnätet nedan ska du rita en rektangel vars längd är tre fjärdedelar av längden på rektangeln ovan och vars bredd är två och en halv gånger bredden på rektangeln ovan. Markera längden och bredden på den nya rektangeln i centimeter på figuren. Varje ruta i rutnätet är $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$.



B. Bestäm förhållandet mellan den ursprungliga rektangelns area och den nya rektangelns area.

Geometri, multiplikativ förändring

- A **Tabell 7.4** Kategorier som representerar elevernas olika lösningsstrategier, TIMSS 2007, årskurs 8, M022234A, n = 528

Kategorier	Frekvens	Relativ* frekvens (%)	Typiska svar
I princip korrekt lösning	223	42,1	6 cm x 5 cm
En sida korrekt	72	13,3	
3/4 av båda sidorna	12	2,3	6 cm x 1,5 cm
3/4 av första sidan 8 cm, sedan 3/4 av resultatet	11	2,1	6 cm x 4,5 cm
Inkorrekt	84	15,7	5 cm x 6 cm
Ej svar	149	28,2	
Totalt	528	100,0	

* Ej viktade frekvenser

Geometri, multiplikativ förändring

B

Tabell 7.5 Kategorier som representerar elevernas olika Lösingsstrategier, TIMSS 2007, årskurs 8, M022234B, n = 528

Kategorier alternativ	Frekvens	Relativ* frekvens (%)	Typiska svar
Korrekt lösning, multiplikativ	8	1,5	8/15
Ungefärlig	11	2,1	Nästan dubbelt så stor
Korrekt lösning, subtraktiv jämförelse	101	19,1	14 cm ² mindre
Linjära mått	6	1,2	Omkretsen längre
Inkorrekt men korrekt lösning på A	12	2,3	-
I konsekvens med lösningen på A, subtraktiv jämförelse	30	5,8	16 cm ² , 27 cm ²
Inkorrekt, övriga	12	2,3	-
Ej svar, löst A korrekt eller inkorrekt	198	37,5	
Ej svar, ej löst A	149	28,2	
Totalt	528	100,0	

* Ej viktade frekvenser

Algebra

ÄP 9 2008 Del B1

17.

$a = 3$ $b = -2$ Bestäm värdet av $a(a + 2) + b$

$a = 4$ $b = -3$ Bestäm värdet av $a(a + 1) + b$

Algebra

Tabell 8.3 Kategorier som representerar elevernas olika lösningsstrategier, årskurs 9, nationella ämnesprovet, n = 373

Kategorier	Frekvens	Relativ* frekvens (%)	Typiska svar
Korrekt lösning, $3 \cdot 3 + 6 - 2$, $4 \cdot 4 + 4 - 3$	152	40,8	13 alt 17
Inkorrekt additiv, $3 \cdot 3 + 6 + 2$, $4 \cdot 4 + 4 + 3$	19	5,1	17 alt 23
Inkorrekt distributiv, $3 \cdot 3 + 2 - 2$, $4 \cdot 4 + 1 - 3$	35	9,4	9 alt 14
Inkorrekt, $3 + 3 + 2 - 2$, $4 + 4 + 1 - 3$	31	8,3	6 alt 6
Inkorrekt, $3 + 2 - 2$, $4 + 1 - 3$	14	3,8	3 alt 2
Inkorrekt, $3 + 3 + 2 + 2$, $4 + 4 + 1 + 3$	7	1,9	10 alt 12
Ej kategoriserat	75	20,1	-
Ej svar	40	10,7	-
Totalt	373	100,0	

* Ej viktade frekvenser

Olika kunskapsstrukturer i Sverige, Hong Kong och Taiwan

- Procedurell kunskap
Lösningsprocedurer för specifika
problemsituationer inlärd
- Konceptuell kunskap
Procedurernas begreppsliga förankring har
förståtts. De kan då lättare tillämpas i nya
obekanta problemsituationer

Olika lösningsmönster

- Sverige

0,7 % av eleverna hade löst alla uppgifter i en grupp av fem uppgifter i algebra

Typvärdet var en löst uppgift (38,7 %)

- Hong Kong

27,6 % av eleverna hade löst alla uppgifterna

Frekvensen för en korrekt uppgift, 9,5 %

Olika lösningsmönster

- Taiwan
46,1 % av eleverna hade löst alla uppgifter
Frekvensen för endast en korrekt uppgift, 5,3 %
- Konceptuell kunskap innebär sammanhängande lösningsmönster med många uppgifter lösta
- Procedurell kunskap innebär spridda uppgifter lösta

Undervisningen i Hong Kong och Taiwan

- Rika uppgifter, väl utprovade
- Misstag ses som en del i en pågående inlärningsprocess
- Eleverna tränas i att själva avgöra om en lösning är korrekt eller inkorrekt
- Från forskningen kända misstag tas upp så att eleverna ska känna igen dem och undvika dem
- Begrepp och kärnfulla matematiska principer fokuseras i undervisningen
- Transfer tränas systematiskt

Diagnostiska test

- Otilräckliga ger endast en grov indikation om att eleven inte löser en viss uppgift
- Eleven kan mycket väl ha den avsedda kunskapen men uppgifterna gör att den inte kommer fram
- Eleverna har en hel del kunskaper som behöver utvecklas och kompletteras

Diagnostiska test

- Elever kan ha flera uppfattningar om ett och samma begrepp. Både inkorrekta och korrekta uppfattningar
- Vi vet inte om en elev har en viss uppfattning om den inte exponeras i testet
- Om en elev exponerar en inkorrekt uppfattning så kan eleven trots detta ha den korrekta uppfattningen

Diagnostiska test

- Vid sidan av en korrekt uppfattning av ett begrepp, som exponeras, kan finnas en inkorrekt uppfattning, som vi inte får syn på.
- Elever kan använda själva proceduren både inkorrekt och korrekt
- En korrekt procedur kan användas i en korrekt eller/och inkorrekt kontext

Diagnostiska test

- Applikationsområdet för en procedur eller begreppsmodell kan vara begränsat. Eleven uppvisar en korrekt lösning i just den aktuella kontexten men skulle kontexten varit lite annorlunda så hade lösningen varit inkorrekt
- Interfererande begreppsmodeller har används
- Flera begreppsmodeller har använts samtidigt

Diagnostiska test

- Situationsbundna uppgifter som ansluter till de i läromedlet tränade uppgifterna. Ingen transfer undersöks!!! Tillämpning av kunskaper i obekanta situationer.
- Benämnda problem. Är enkodningen problemet eller beräkningen?

Lära in och lära av

- Elever har lärt in både korrekta och inkorrekta uppfattningar om ett och samma begrepp
- De inkorrekta måste läras av.

- Elever har lärt in både korrekta och inkorrekta procedurer
- De inkorrekta måste läras av

Lära in och lära av

- Elever tillämpar både procedurer och uppfattningar av begrepp i korrekta och inkorrekta kontexter
- Tillämpningen i inkorrekta kontexter måste läras av

TIMSS Advanced 2008

- Mer än hälften av eleverna i gymnasieskolan på D- och E-kurserna uppnår inte uppnåendemålen för C-, D- och E-kurserna
- Resultaten från grundskolan huvudförklaringen
- Undervisningsuppehåll
- Procedurinriktad undervisning
- Tall's onda spiral!

Slutsatser

- UTVECKLA ELEVERNAS KUNSKAPER
- Dialog med eleverna
- Förvissa dig om att eleverna har förstått momentet, begreppet eller proceduren på avsett sätt
- Undervisa och förklara för eleverna
- Öva matematik tillsammans